**24.03.2020**

**Дисциплина : Математика : алгебра, начала математического анализа, геометрия**

**Урок № 266**

**Курс 2 группа № 156 Сварщики**

**Преподаватель : Андрюшкевич Т.Н.**

**Задание : найти в интернете теоретический материал по данной теме ,написать конспект и выполнить задания.**

**Тема : Тригонометрические уравнения и системы.**

Ответить на следующие вопросы:

Определение арккосинуса числа а

Определение арксинуса числа а

Определение арктангенса числа а

Чему равен арксинус отрицательного числа а

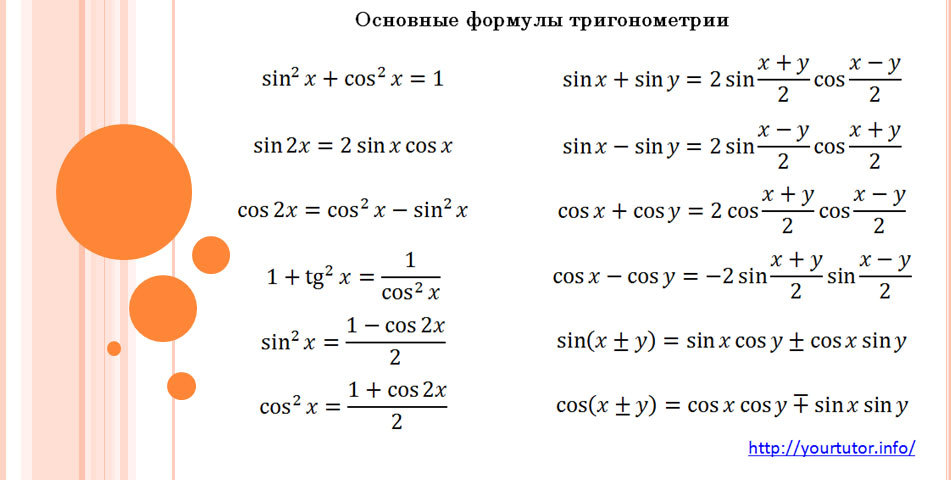
Чему равен арккосинус отрицательного числа а

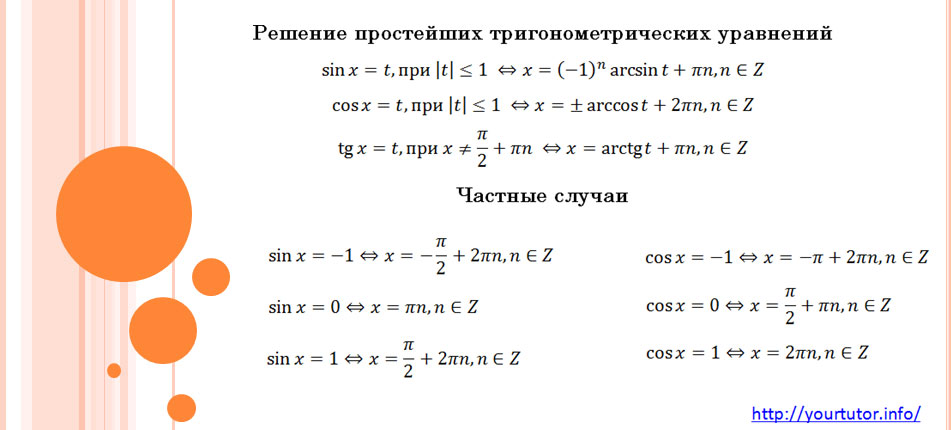
Чему равен арктангенс отрицательного числа а

Формулы для решения уравнения вида cos х=а

Формулы для решения уравнения вида sin х=а

Формулы для решения уравнения вида tg х=а





Пример 1. Найдите корни уравнения

принадлежащие промежутку [- *п: п*).

Решение.\[ \cos\left(4x+\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}, \]

Используем вторую формулу на рисунке. Здесь и далее полагаем k,\,n\in Z (на всякий случай, эта запись означает, что числа n и k принадлежат множеству [целых чисел](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A6%D0%B5%D0%BB%D0%BE%D0%B5_%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%BE)):

\[ 4x+\frac{\pi}{4}=\pm\operatorname{arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}+2\pi k. \]

Другими словами, нам нужно подобрать такое число из промежутка [0;2п], косинус которого был бы равен Это число -\frac{\sqrt{2}}{2}.Используя это \frac{3\pi}{4}., получаем:

\[ 4x+\frac{\pi}{4} = \pm\frac{3\pi}{4}+2\pi k\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2}, \\ x = -\frac{\pi}{4}+\frac{\pi n}{2}.\end{array}\right. \]

Вообще, значения тригонометрических функций от основных аргументов нужно знать. Их совсем чуть-чуть:



Хотя на самом деле запоминать их вовсе не обязательно. Существует очень простой алгоритм, используя который, можно в уме легко вычислять значения тригонометрических функций всех основных аргументов. Просто у каждого он свой. Придумайте его и для себя. Просто посмотрите на эту таблицу. Числа в ней расположены не случайным образом, определенная закономерность есть, постарайтесь ее найти.

Итак, вернемся к нашему заданию. Из полученных серий выбираем только те ответы, которые принадлежат промежутку [-п;\п). Воспользуемся для этого методом двойных неравенств. Вы помните, что k и n — целые числа:

1. -1\leqslant -\frac{1}{4}+\frac{k}{2}<1\Leftrightarrow -1\leqslant \frac{1}{8}+\frac{k}{2}<1\Leftrightarrow  -\frac{9}{4}\leqslant k<\frac{7}{4}\Leftrightarrowk = -1,\,0,\,1,\,2\Leftrightarrowx=-\frac{7\pi}{8},\,-\frac{3\pi}{8},\,\frac{\pi}{8},\,\frac{5\pi}{8}.
2. -\pi\leqslant -\frac{\pi}{4}+\frac{\pi k}{2}<\pi \Leftrightarrow-1\leqslant -\frac{1}{4}+\frac{k}{2}<1\Leftrightarrow-\frac{3}{2}\leqslant k<\frac{5}{2}\Leftrightarrow

k = -1,\,0,\,1,\,2\Leftrightarrowx=-\frac{3\pi}{4},\,-\frac{\pi}{4},\,\frac{\pi}{4},\,\frac{3\pi}{4}.

Задача для самостоятельного решения №1. Найдите корни уравнения\sin\left(\frac{4x}{3}+\frac{\pi}{6}\right) =-\frac{1}{2},принадлежащие промежутку [-2 п;2 п).

Решение линейных тригонометрических уравнений

Пример 2. Найдите корни уравнения

\[ \frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x = 1. \]принадлежащие промежутку [-2п;4п].

Решение. Подобные уравнения решаются один весьма интересным, на мой взгляд, способом. Разделим обе части на 2, уравнение тогда примет вид:

\[ \frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x = 1. \]

Подберем такое число, синус которого равен \frac{1}{2}, а косинус равен \frac{\sqrt{3}}{2}.Например, пусть это будет число\frac{\pi}{6} . С учетом этого перепишем уравнение в виде:

\[ \sin\frac{\pi}{6}\sin x+\cos\frac{\pi}{6}\cos x=\frac{1}{2}. \]

Присмотревшись, слева от знака равенства усматриваем разложение косинуса разности x и\frac{\pi}{6} Это и есть ключ к решению. Имеем:

\[ \cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x-\frac{\pi}{6}=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k\Leftrightarrow \]

\[ \left[\begin{array}{l}x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{3}+2\pi k, \\ x-\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{3}+2\pi n\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+2\pi k, \\ x=-\frac{\pi}{6}+2\pi n.\end{array}\right. \]

Осуществляем отбор решений, входящих в промежуток [-2\pi;4\pi).

1) -2\pi\leqslant\frac{\pi}{2}+2\pi k\leqslant 4\pi \Leftrightarrow -2\leqslant \frac{1}{2}+2k\leqslant 4\Leftrightarrow  k = -1,\,0,\,1\Leftrightarrow -\frac{5}{4}\leqslant k\leqslant \frac{7}{4}\Leftrightarrowx=-\frac{3\pi}{2},\,\frac{\pi}{2},\,\frac{5\pi}{2}.

2)-2\pi\leqslant-\frac{\pi}{6}+2\pi n\leqslant 4\pi \Leftrightarrow -2\leqslant -\frac{1}{6}+2n\leqslant 4\Leftrightarrow  -\frac{11}{12}\leqslant n\leqslant \frac{25}{12}\Leftrightarrow n = 0,\,1,\, 2\Leftrightarrowx=-\frac{\pi}{6},\,\frac{11\pi}{6},\,\frac{23\pi}{6}.

Задача для самостоятельного решения №2. Найдите корни уравнения\sqrt{3}\sin x+\cos x=1, принадлежащие промежутку [-3п;3п].

Пример 3. Дано уравнение\operatorname{tg}^2 x+5\operatorname{tg} x+6=0.

а) Решите уравнение.

б) Укажите корни, принадлежащие отрезке \left[-2\pi;-\frac{\pi}{2}\right].

Решение тригонометрических уравнений методом замены переменной

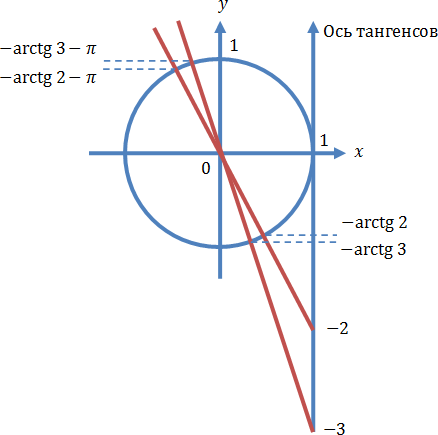
Решение. Сразу оговорим ограничения, накладываемые на переменную x в этом уравнении: x\ne\frac{\pi}{2}+\pi n. . Откуда взялось это ограничение? Правильно, функция y=\operatorname{tg} xне существует при этих значениях x. Используем замену переменной: t=\operatorname{tg} x. Тогда уравнение принимает вид:

\[ t^2+5t+6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-3, \\t=-2.\end{array}\right. \]

Переходим к обратной замене:

\[ \left[\begin{array}{l}\operatorname{tg}x = -3,\\ \operatorname{tg}x = -2\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = -\operatorname{arctg} 3+\pi k, \\ x=-\operatorname{arctg} 2+\pi n.\end{array}\right. \]

Осуществляем отбор решений. Проведем его на этот раз с использованием единичной окружности.



Из рисунка видно, что в интересующий нас промежуток входят только два значения из этих серий: -\operatorname{arctg} 2-\pi, -\operatorname{arctg} 3-\pi. Обратите внимание на один существенный момент. На рисунке точки -2 и -3 принадлежат оси тангенсов, а точки-\operatorname{arctg} 2, -\operatorname{arctg} 3, -\operatorname{arctg} 2-\pi и -\operatorname{arctg} 3-\pi — единичной окружности. Очень важно понимать, зачем это нужно для решения данной задачи.

Ответ: -\operatorname{arctg} 2-\pi, -\operatorname{arctg} 3-\pi.

Задача для самостоятельного решения №3. Дано уравнение6\cos^2x-7\cos x-5=0.

a) Решите уравнение.

б) Укажите корни, принадлежащие отрезку[-\pi;2\pi].

Показать ответ

Решение тригонометрических уравнений методом разложения на множители

Пример 4. Дано уравнение \[ \sin 2x=2\sin x-\cos x+1. \]

a) Решите уравнение.

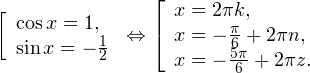
б) Укажите корни, принадлежащие отрезку\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right].

Решение. Равносильными преобразования приводим уравнение к виду:

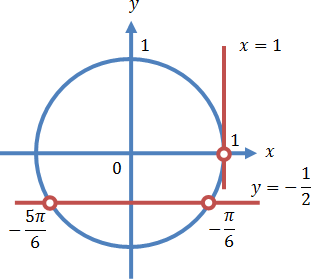
\[ \sin 2x=2\sin x-\cos x+1\Leftrightarrow \]\[ 2\sin x\cos x-2\sin x+\cos x-1=0\Leftrightarrow \]

\[ 2\sin x(\cos x-1)+\cos x-1 =0\Leftrightarrow \]

\[ (\cos x-1)(2\sin x+1) = 0\Lefrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x-1=0, \\ 2\sin x+1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow \]



Осуществляем отбор решений с помощью единичной окружности.



Отбор решений с помощью единичной окружности

Из рисунка видно, что в интересующий нас промежуток входят только два значения из всех этих серий: -\frac{5\pi}{6},\,-2\pi.

Задача для самостоятельного решения №4. Дано уравнение

\[ 3\sin 2x-4\cos x+3\sin x-2=0. \]

а) Решите уравнение

б) Укажите корни, принадлежащие отрезку\left[\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right].

**24.03.2020**

**Дисциплина : Математика : алгебра, начала математического анализа, геометрия**

**Урок № 265**

**Курс 2 группа № 156 сварщики**

**Преподаватель : Андрюшкевич Т.Н.**

**Задание : найти в интернете теоретический материал по данной теме ,написать конспект и выполнить задания.**

**Тема : Показательные уравнения и системы**

Решить уравнения :

**hello_html_m5723bce9.png**

**hello_html_m4f658636.png**

**hello_html_6426cb84.png**

**hello_html_79b82455.png**

**hello_html_e4ffd7f.png**

**hello_html_m58455e31.png**

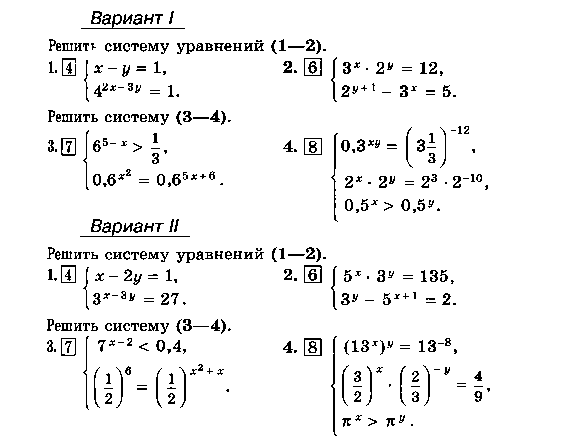
**hello_html_m80d316a.png**

**hello_html_70481e8e.png**

**hello_html_7bbdf003.png**

**hello_html_310ed625.png**

**hello_html_7f760667.png**

****